ÜBER METHODISCHE FEHLER DER AEROLOGISCHEN BEOBACHTUNGEN

HABILITATIONSSCHRIFT

DURCH WELCHE MIT GENEHMIGUNG DER
PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT DER UNIVERSITÄT LEIPZIG

ZU SEINER

AM 17. JULI 1915 IM GROSSEN HÖRSAAL DES
MATHEMATISCHEN INSTITUTS, TALSTR. 35

VON 12—1 Uhr

STATTFINDENDEN PROBEVORLESUNG ÜBER

DIE THEORIE DES FÖHNS

GANZ ERGEBENST EINLADET

DR. PHIL. NAT. ROBERT WENGER

LEIPZIG
DRUCK VON METZGER & WITTIG
1915

ÜBER METHODISCHE FEHLER DER AEROLOGISCHEN BEOBACHTUNGEN

HABILITATIONSSCHRIFT

DURCH WELCHE MIT GENEHMIGUNG DER
PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT DER UNIVERSITÄT LEIPZIG

ZU SEINER

AM 17. JULI 1915 IM GROSSEN HÖRSAAL DES
MATHEMATISCHEN INSTITUTS, TALSTR. 35

VON 12—1 Uhr

STATTFINDENDEN PROBEVORLESUNG ÜBER

DIE THEORIE DES FÖHNS

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

GANZ ERGEBENST EINLADET

DR. PHIL. NAT. ROBERT WENGER

LEIPZIG
DRUCK VON METZGER & WITTIG
1915

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545814_0019

Einleitung.

Wenn bei einem aerologischen Aufstieg der Druck, die Temperatur und andere Elemente in verschiedenen Höhen gemessen worden sind, so pflegen wir die erhaltenen Werte so weiter zu behandeln, als ob sie alle demselben Zeitpunkt und derselben Vertikalen angehörten. Man setzt also voraus, daß die aus der Nichterfüllung dieser Bedingung entspringenden Einflüsse unbedeutend sind und begründet dieses mit der großen Steigegeschwindigkeit der modernen Forschungswerkzeuge und der im Vergleich zur vertikalen Veränderlichkeit geringen horizontalen Veränderlichkeit der meteorologischen Elemente.

Wir werden im folgenden untersuchen, inwieweit diese Begründung stichhaltig ist und die Fehler, welche aus der Nichterfüllung der beiden Voraussetzungen entspringen, zu ermitteln suchen. Dabei werden wir voraussetzen, daß Instrumentalfehler nicht vorkommen, daß also von dem Instrument eben die Werte verzeichnet werden, die in dem betreffenden Augenblicke an dem betreffenden Orte wirklich herrschen.

Der Kürze halber werden wir im folgenden den Fall, daß alle Werte demselben Zeitpunkt und derselben Vertikalen angehören, als den „Idealfall" und entsprechend das Nichterfülltsein dieser Bedingungen oder einer derselben als „Abweichung vom Idealfall" bezeichnen. Dann können wir sagen, daß die Abweichung vom Idealfall das Endresultat in doppelter Weise beeinflußt.

Erstens wird von einem Instrument, das sich mit beschränkter Geschwindigkeit längs einer Raumkurve bewegt, in der Höhe H zu einer Zeit t nicht derjenige Wert angetroffen werden, welcher in derselben Höhe vertikal über der Station herrschte zu der Zeit t_0, als das Instrument die Station verließ. Es kann also das Bild der augenblicklichen vertikalen Verteilung des Elements, welches wir im folgenden kurz als die „Zustandskurve" bezeichnen werden, verzerrt werden.

Zweitens wird auch diese Höhe H nicht übereinstimmen mit der Höhe H', die sich aus den Angaben des Instruments berechnet für den Zeitpunkt, wo es die Höhe H wirklich hat. Es kann also auch das Argument der Zustandskurve mit Fehlern behaftet werden.

Wir werden im folgenden die Fälschung der Zustandskurve und diejenige ihres Arguments, der Höhe, getrennt besprechen.

Die zweite Aufgabe ist leichter und strenger zu behandeln als die erste. Denn in die erste Aufgabe gehen die Werte der meteorologischen Elemente zur Zeit t_0 längs der Vertikalen ein, über die wir nichts Genaues wissen können. In die zweite Aufgabe gehen nur die Werte und ihre Ableitungen längs der Bahn ein, also in den Punkten, wo das Instrument wirklich hinkommt. Wir werden daher die zweite Frage zuerst behandeln.

Der Einfluß auf die barometrische Höhenberechnung.

Abgesehen von den Ausnahmefällen, in denen trigonometrische Messungen gemacht werden, wird die Höhe eines Fahrzeuges aus den Angaben der mitgeführten Instrumente berechnet.

Die Grundlage für jede solche Berechnung bildet die Formel

$$a \frac{dp}{dz} = -g \tag{1}$$

wo a das spezifische Volumen, g die Schwerebeschleunigung, p den Druck und z die Höhe bedeutet. Wenn wir berücksichtigen, daß der Druck außer von der Höhe auch von der Zeit t und den horizontalen Koordinaten x und y abhängt, schreiben wir besser unter Benutzung des Symbols der partiellen Differentiation

$$a \frac{\partial p}{\partial z} = -g \tag{2}$$

Der Anwendung dieser Formel zur Höhenberechnung liegt die Voraussetzung zugrunde, daß die elementare Druckdifferenz dp in einem bestimmten Zeitpunkt in zwei um dz voneinander abstehenden Punkten der Vertikalen gemessen ist. Diese Annahme trifft aber in Wirklichkeit nicht zu. Vielmehr braucht das Fahrzeug eine gewisse Zeit dt, um die Höhendifferenz dz zu überwinden. Auch steigt es im allgemeinen nicht senkrecht in die Höhe, sondern legt während dessen in horizontaler Richtung die Strecken dx und dy zurück. Die gesamte, dabei beobachtete Druckänderung δp setzt sich daher in folgender Weise zusammen:

$$\delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial t} + W_x \frac{\partial p}{\partial x} + W_y \frac{\partial p}{\partial y} + W_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) dt , \tag{3}$$

wo W_x, W_y, W_z die Komponenten der Geschwindigkeit des Fahrzeuges bedeuten.

Bei der praktischen Höhenberechnung wird nun so verfahren, daß man die im Fahrzeug beobachtete, durch (3) dargestellte Druckänderung in die Formel (1) einsetzt. So behandelt, liefert diese das fehlerbehaftete Höhenelement:

$$\delta z = -\frac{\alpha}{g}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + W_x \frac{\partial p}{\partial x} + W_y \frac{\partial p}{\partial y} + W_z \frac{\partial p}{\partial z}\right) dt$$

oder, da die Bedingung (2) in jedem Punkte erfüllt sein muß,

$$\delta z = W_z\, dt - \frac{\alpha}{g}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + W_x \frac{\partial p}{\partial x} + W_y \frac{\partial p}{\partial y}\right) dt.$$

Die gesamte, vom Fahrzeug in der Zeit $(t - t_0)$ durchmessene Höhe ergibt sich also scheinbar zu

$$(z_1 - z_0)' = \int_{t_0}^{t} W_z\, dt - \int_{t_0}^{t} \frac{\alpha}{g}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + W_x \frac{\partial p}{\partial x} + W_y \frac{\partial p}{\partial y}\right) dt,$$

wo alle Größen auf der rechten Seite als Funktionen der Zeit längs der Bahn gemessen zu denken sind.

Nun bedeutet das erste Integral die wahre, in der Zeit $(t - t_0)$ zurückgelegte Höhendifferenz. Daher stellt das zweite Integral den Fehler dar, welcher durch die Abweichung vom Idealfall in die barometrische Höhenberechnung kommt.

Es ist also

$$(z_1 - z_0)' = (z_1 - z_0) + F_t$$

und

$$F_t = -\int_{t_0}^{t} \frac{\alpha}{g} \frac{\partial p}{\partial t}\, dt - \int_{t_0}^{t} \frac{\alpha}{g}\left(W_x \frac{\partial p}{\partial x} + W_y \frac{\partial p}{\partial y}\right) dt \tag{4}$$

der Fehler zur Zeit t.

Das erste Glied rührt von den zeitlichen Änderungen des Druckfeldes her, das zweite ist die sogenannte „Isobaren-Korrektion". Sie hängt mit dem Bau des Druckfeldes und der Bewegung des Fahrzeuges in demselben zusammen.

Zur wirklichen Berechnung des Fehlers wäre die Formel (4) allerdings nur verwendbar, wenn es möglich wäre, für zwei hinreichend benachbarte Zeitpunkte synoptische Darstellungen des Druckfeldes zu zeichnen, also etwa an Tagen mit mehreren Simultanaufstiegen. Aber auch in anderen Fällen kann durch Betrachtung der Größenordnung [1])

[1]) Th. Hesselberg und A. Friedmann, Die Größenordnung der meteorologischen Elemente und ihrer räumlichen und zeitlichen Ableitungen. Veröff. d. Geophys. Inst. Leipzig, Serie II, Heft 6.

der Glieder auf der rechten Seite wenigstens die Größenordnung ermittelt werden, welche der Fehler möglicherweise erreichen kann. In der angeführten Arbeit ist durch Potenzen von 10 das Intervall gekennzeichnet, in dem die wichtigsten meteorologischen Elemente und ihre zeitlichen und räumlichen Ableitungen sich meist bewegen, wenn alle Größen in den Einheiten des Meter-Ton-Sekunden-Systems ausgedrückt sind. Bei den Ableitungen ist zu beachten, daß die mit $\frac{\partial}{\partial t}$ bzw. $\frac{\partial}{\partial s}$ bezeichneten Größen in Wirklichkeit nicht Differentialquotienten, sondern Differenzenquotienten sind, die mit Benutzung eines Zeitintervalls von einer Stunde und eines Längenintervalls von 1 km erhalten sind. Man sieht leicht, daß die obere Grenze der Größenordnungen durch eine Verkleinerung dieser Intervalle steigen, durch eine Vergrößerung sinken muß. Die Grenzen sind aber ohnehin so weit gewählt, daß eine mäßige Überschreitung der angegebenen Intervalle nach der einen oder anderen Richtung meist keine Unrichtigkeit zur Folge haben wird.

An der genannten Stelle finden wir für $\frac{\partial p}{\partial t}$ die Größenordnung 10^{-5}—10^{-4}, das heißt also, daß sich der Druck im Zeitraum einer Sekunde um $^1/_{100000}$ bis $^1/_{10000}$ der Druckeinheit des M.T.S.-Systems, d. i. um $^1/_{100000}$ bis $^1/_{10000}$ Centibar verändern kann.

Da demnach $\frac{\partial p}{\partial t}$ die Größenordnung 10^{-5}—10^{-4} erreichen kann, $\frac{\partial p}{\partial x}$ und $\frac{\partial p}{\partial y}$ aber nach derselben Quelle nur 10^{-7}—10^{-6}, und die Größenordnung von W 10^1 nicht überschreitet, so wird das erste Integral in der Regel die Größenordnung des ganzen Ausdruckes bestimmen. Die Größenordnung des ersten Integranden kann $\frac{10^3}{10^1}$ $(10^{-5}—10^{-4})$ $= 10^{-3}$—10^{-2} erreichen, und ebenso ist es für den Mittelwert während des Zeitraumes $(t - t_0)$. Die mögliche Größenordnung des Fehlers ergibt sich, wenn man die Größenordnung des zeitlichen Mittelwertes multipliziert mit der Anzahl der Sekunden, über die sich der Aufstieg erstreckt hat. Ist diese gleich 10^3, d. h. hat der Aufstieg 20 Minuten bis zu einer Stunde und etwas darüber gedauert, so erhält der Fehler die Größenordnung 10^0—10^1. Die Gesamthöhe wird also unter diesen Umständen, die dem Fall des Registrierballons entsprechen, nur ganz unbedeutend, um einige Meter bis Dekameter, gefälscht werden können. Wenn die Fahrtdauer 10 bis 100 mal länger ist, also bei Dauerfahrten von Freiballonen und Luftschiffen, kann auch der Fehler anwachsen und die Höhenberechnung schließlich fast illusorisch machen. In solchen Fällen wird es aber oft möglich sein, auf Grund naheliegender Überlegungen die berechneten Höhen nachträglich zu korrigieren.

Setzt man nämlich in (4) für t die Landungszeit t_s ein, so ergibt sich die „Schlußdifferenz" F_s der Höhenberechnung, d. i. die Differenz, welche man erhält, wenn man die Höhenberechnung für die ganze Fahrt durchführt und von dem Schlußresultat die Seehöhe des Landungsortes abzieht. Wenn auf Grund der Verteilung des Luftdruckes und seines Ganges, sowie auf Grund der Fahrkurve die Annahme berechtigt ist, daß die Integranden des Fehlerausdruckes (4) während der Dauer der Fahrt nicht sehr variiert haben, so wird es meist genügen, den Schlußfehler linear über die ganze Zeitdauer zu verteilen. Andernfalls — und wenn die Fahrt in mäßigen Höhen stattfand — kann man versuchen, auf Grund der Wetterkarten und der Beobachtungen passend gewählter Stationen den Fehlerausdruck (4) zu bilden. Zur Kontrolle und zum Ausgleich übrigbleibender Differenzen dient der Schlußfehler.

Besonders einfach gestaltet sich dieses Verfahren in denjenigen Fällen, in denen man einen Teil der Glieder in (4) vernachlässigen kann. Ist das Fahrzeug ein freifliegender Ballon, so kann dies mit den Gliedern $W_x \frac{\partial p}{\partial x}$ und $W_y \frac{\partial p}{\partial y}$ geschehen, weil ein solcher Ballon immer sehr nahe der Isobare entlang fliegt und daher seine Geschwindigkeit nur eine sehr kleine Komponente in der Gradientrichtung hat. Dieselben Glieder können vernachlässigt werden im Falle eines Drachenaufstiegs, weil dann W_x und W_y klein sind, und aus demselben Grunde meist auch dann, wenn die Höhe eines Berges von einem Fußwanderer barometrisch gemessen werden soll. Nach der barometrischen Höhenformel werden sich die gleichzeitigen Druckänderungen in verschiedenen Höhen, solange nicht Temperaturänderungen wesentlich mitspielen, umgekehrt wie die dort herrschenden Drucke, also angenähert wie die spezifischen Volumina verhalten. Es wird daher in vielen dieser Fälle möglich sein, $\alpha \frac{\partial p}{\partial t}$ innerhalb einer gewissen Höhenschicht als konstant zu betrachten. Dann wird es zur angenäherten Bestimmung des Fehlers genügen, Barogramme von einer oder einigen passend gewählten Stationen zu haben.

Der Einfluß auf die Zustandskurven der meteorologischen Elemente.

Im folgenden werden wir annehmen, daß die Fehler der oben besprochenen Art entweder vernachlässigt werden können, oder daß sie durch die entwickelten Methoden unter diejenige Grenze herabgedrückt sind, die durch die Instrumentalfehler gezogen sind. Mit Fehlern im Argument der Zustandskurve rechnen wir also im folgenden nicht mehr.

Mit u bezeichnen wir allgemein ein meteorologisches Element, das die Natur eines Skalars hat und sowohl von der Zeit als von den drei Raumkoordinaten abhängt.

Im Zeitpunkt t_0, in welchem der Aufstieg beginnt, herrsche an der Station S (Fig. 1) der Wert $u_{0,0}$ und in einem Punkte A_0 der Vertikalen in S in der Höhe z_1 der Wert $u_{0,1}$. Die horizontalen Koordinaten dieses Punktes und der Station seien x_0, y_0. Weil nun im allgemeinen das Fahrzeug mit beschränkter Geschwindigkeit einer räumlichen Bahn folgt, so wird es die Fläche $z = z_1$ erst zu einer späteren Zeit t_1 und in einem außerhalb der Vertikalen liegenden Punkte A_1 mit den Koordinaten x_1 und y_1 durchstoßen. Der Wert u_{11} des Skalars, der dort vorgefunden wird, ist dann in erster Annäherung:

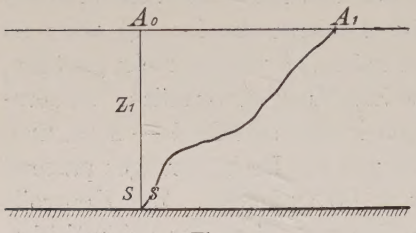

Fig. 1.

$$u_{1,1} = u_{0,1} + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta t}(t_1 - t_0) + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta x}(x_1 - x_0) + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta y}(y_1 - y_0),$$

wo man sich unter den Δ geeignet gewählte zeitliche und räumliche Mittelwerte zu denken hat. Der Fehler ist also

$$\frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta t}(t_1 - t_0) + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta x}(x_1 - x_0) + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta y}(y_1 - y_0)$$

oder

$$(5) \qquad (t_1 - t_0)\left[\frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta t} + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta u}\overline{W}_x + \frac{\Delta u_{0,1}}{\Delta y}\overline{W}_y\right]$$

wo $\overline{W}_x$ und $\overline{W}_y$ die über die Zeit $(t_1 - t_0)$ gebildeten Mittelwerte der Horizontalkomponenten der Geschwindigkeit des Fahrzeuges sind.

Um die Differenzenquotienten in (5) in einer für den vorliegenden Zweck passenden Weise zu ermitteln, würde es eines weit dichteren Netzes von simultan arbeitenden aerologischen Stationen bedürfen, als wir es bis jetzt besitzen. Auch müßten die Termine der Simultanbeobachtungen viel näher beieinander liegen, als es selbst in den günstigsten Fällen zutrifft. Denn, wie wir besonders am Beispiel der Temperatur sehen werden, spielen hier Veränderungen eine Rolle, die eine Periode von nur wenigen Minuten haben. Wir müssen uns daher damit begnügen, mit Hilfe der von Hesselberg und Friedmann gegebenen Tabellen die mögliche Größenordnung des Fehlers für die verschiedenen meteorologischen Elemente zu ermitteln.

Temperatur.

Aus der angeführten Quelle entnehmen wir folgende Größenordnungen im M.T.S.-System:

für $\frac{\partial \vartheta}{\partial t}$ die Größenordnung $10^{-4} - 10^{-3}$

„ $\frac{\partial \vartheta}{\partial s}$ „ „ $10^{-5} - 10^{-4}$

Nehmen wir für die Horizontalgeschwindigkeit W_s und also auch für ihre Komponenten W_x und W_y die Größenordnung 10^{1} an, so ergibt sich für

$$W_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \text{ und } W_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y}: 10^{-4} - 10^{-3}.$$

Die Größenordnung des Klammergliedes ist also 10^{-4}—10^{-3}.

Der Zeitraum $(t_1 - t_0)$, der zwischen dem Beginn des Aufstiegs und der Erreichung der größeren Höhen liegt, ist bei den verschiedenen Aufstiegsmethoden verschieden. Bei dem schnell steigenden Registrierballon beträgt er oft weniger als eine Stunde, bei langen Drachenaufstiegen und bemannten Fahrten oft viele Stunden. Er hat also, in Sekunden ausgedrückt, die Größenordnung 10^{3}—10^{4}.

So ergibt sich

bei den schnelleren Aufstiegsmethoden ein möglicher Fehler von der Größenordnung 10^{-1}—10^{0}, also von einigen Zehntel bis zu einigen ganzen Graden;

für die länger dauernden Aufstiege von Drachen und bemannten Ballons ein Fehler von der Größenordnung 10^{0}—10^{1}, also von 1—10^{0} und darüber.

Wir müssen also schließen, daß das Bild der vertikalen Temperaturverteilung durch die Nichterfüllung der Idealbedingungen recht erheblich beeinflußt werden kann. Dieser Einfluß macht sich natürlich auch in der Berechnung der vertikalen Druckverteilung bemerkbar, da in diese Rechnungen auch die Temperatur eingeht.

Druck.

Hier finden wir:

für $\frac{\partial p}{\partial t}$: $10^{-5} - 10^{-4}$

„ $W_s \frac{\partial p}{\partial s}$: $10^{1}(10^{-7} - 10^{-6}) = 10^{-6} - 10^{-5}$.

Die Klammer in Gleichung (5) hat also im Falle des Druckes die Größenordnung $10^{-5} - 10^{-4}$. Nehmen wir für $(t_1 - t_0)$ wieder die Größen-

ordnung $10^3 - 10^4$, so sehen wir, daß der Fehler im Druck im Falle des Registrierballons höchstens einige Zehntel der Druckeinheit des M.T.S.-Systems, d. i. einige Zehntel Centibar oder einige Millibar erreichen kann und damit unterhalb der Genauigkeitsgrenze der Instrumente liegt. Bei hohen Drachenaufstiegen, welche einen halben Tag in Anspruch nehmen, und noch mehr bei bemannten Fahrten kann natürlich der Fehler größer werden und 10 Millibar erreichen und überschreiten. Aber auch solche Fehler haben keinen wesentlichen Einfluß auf die Berechnung der Höhe von gegebenen Drucken, oder der Drucke in gegebenen Höhen, wie früher gezeigt worden ist.[1])

Damit ist aber die Frage nach der Beeinflussung der Zustandskurve des Druckes noch nicht erledigt, denn in deren Berechnung gehen nicht nur die Druckwerte, sondern auch die Temperaturwerte ein. In die Zustandskurve der letzteren können aber, wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt wurde, durch die Abweichung vom Idealfall Fehler von mehreren Graden leicht hineinkommen. In der zuletzt genannten Abhandlung sind auf S. 4 Tab. 1 die Beträge angegeben, um welche die Dicken der Hauptisobarenschichten durch Fehler der Mitteltemperatur von 1, 2 . . . Grad gefälscht werden. Nehmen wir an, daß alle diese Fehler nach derselben Richtung gehen, so erhalten wir durch Aufsummieren für die Höhen der Hauptisobarenflächen folgende Fehler:

Hauptisobarenfläche	900	800	700	600	500	400	300	200	100
$\Delta\,\vartheta = 1^0$	3	6	10	14	19	25	33	45	65
$\Delta\,\vartheta = 2^0$	6	13	21	30	40	53	70	93	133
Instrumentaleinflüsse . . .	1	4	6	9	19	25	36	59	105

Die in einem speziellen Falle durch Zusammenwirken der Instrumentalfehler entstandenen Abweichungen sind zum Vergleich in der dritten Zeile beigefügt (vgl. Tab. 5 der zuletzt angeführten Arbeit). Auch wenn man berücksichtigt, daß bei den schnelleren Aufstiegsmethoden die Abweichung vom Idealfall in den unteren Hauptschichten sich weniger geltend macht als in unserem Beispiel, so sieht man doch, daß der hier betrachtete Einfluß von ähnlicher Größe sein kann wie der von der Unvollkommenheit der Instrumente herrührende.

Wind.

Es soll noch kurz der Einfluß der Abweichung vom Idealfall auf die Zustandskurve des Windes untersucht werden.

[1]) R. Wenger, Über den Einfluß der Instrumentalfehler auf die synoptische Darstellung aerologischer Simultanaufstiege. Veröff. d. Geophys. Inst. Leipzig, Serie II, Heft 1, und Met. Ztschr. 1914, S. 240.

Für die Ableitungen der skalaren Windgeschwindigkeit finden wir am angeführten Orte die Größenordnungen:

$$\frac{\partial v_s}{\partial t}: \quad 10^{-4} - 10^{-3}$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial s}: \quad 10^{-5} - 10^{-4}$$

also

$$W_s \frac{\partial v_s}{\partial s}: \quad 10^{-4} - 10^{-3}.$$

Eben diese Größenordnung hat also der Klammerausdruck.

Im Falle der kürzer dauernden Aufstiege erhalten wir dann als Größenordnung des möglichen Fehlers

$$10^{-1} - 10^{0} \text{ m/sec.}$$

im Falle der länger dauernden

$$10^{0} - 10^{1}.$$

Die Zustandskurve der skalaren Windgeschwindigkeit, die aus einer Visierung oder einem Drachenaufstieg abgeleitet wird, kann also leicht um mehrere Meter pro Sekunde abweichen von der Verteilung, die zu Beginn des Aufstiegs in der Vertikalen wirklich vorhanden war.

Die Größenordnung der möglichen Fehler in der Windrichtung erhalten wir leicht aus den Beziehungen

$$v_x = v_s \cos \psi$$
$$v_y = v_s \sin \psi$$

also

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial t} \cos \psi - v_s \sin \psi \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial t} \sin \psi + v_s \cos \psi \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Hier sind die Größenordnungen von

$$\sin \psi \text{ und } \cos \psi: \quad 10^{-1} - 10^{0}$$

$$v_s: \quad 10^{0} - 10^{1}$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial t}, \quad \frac{\partial v_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t}: \quad 10^{-4} - 10^{-3},$$

Hieraus ergeben sich für $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ die Grenzen $10^{-5} - 10^{-2}$, also praktisch $10^{-4} - 10^{-3}$.

Auch bei schnelleren Aufstiegsmethoden, Registrier- und Pilotballonen, kann also ein Fehler von einem Einheitswinkel, d. i. rund $^1/_6$ des Kreisumfangs, leicht vorkommen, und bei den langsameren Methoden kann der Fehler jeden möglichen Wert erreichen.

Allgemeines über die bisherigen Ergebnisse.

Aus den bisherigen Ausführungen geht hervor, daß in allen Fällen die zeitliche Änderung bei der Entstehung der hier betrachteten Fehler eine erhebliche Rolle spielt, beim Druck sogar die entscheidende. Dasselbe wird auch für die anderen Elemente zutreffen, wenn die horizontale Eigenbewegung $\boldsymbol{W}$ des Fahrzeuges klein ist, oder ihre Richtung so ändert, daß sich das Fahrzeug in größerer Höhe wieder der Vertikalen nähert. Wir können in solchen Fällen das Wesentliche durch eine ebene Figur veranschaulichen, indem wir das meteorologische Element als nur von der Zeit t und der Höhe z abhängig betrachten. Diese beiden bilden die Argumente in der Isoplethendarstellung der Fig. 2, während die abhängige Variable u durch die Kurven $u_1, u_2 \ldots$ dargestellt ist. Alle Werte von u, die demselben Zeitpunkt t_1 angehören, liegen in dieser Figur auf einer Parallelen zur z-Achse. Die Reihe von Werten aber, welche ein aerologischer Aufstieg liefert, liegen infolge der mangelnden Gleichzeitigkeit auf einer Kurve l, deren Neigung in jedem Punkte von der dort vorhandenen Steigegeschwindigkeit abhängt. Das Ergebnis des vorherigen Paragraphen läßt sich dann so aussprechen, daß bei manchen aerologischen Aufstiegen und für manche meteorologische Elemente die Differenzen zwischen den Werten auf der Vertikalen und den zu denselben Höhen gehörenden Werten auf der Kurve Beträge erreichen, die nicht zu vernachlässigen sind.

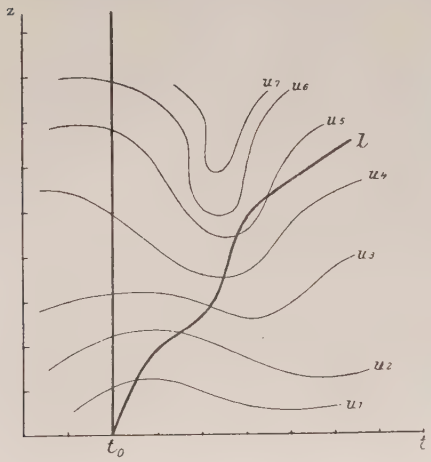

Fig. 2.

Wie schon früher bemerkt, beziehen sich die bisherigen Überlegungen nur auf Änderungen, die ungefähr innerhalb einer Stunde erfolgen, weil die von Hesselberg und Friedmann gegebenen Größenordnungen eben mit diesem Zeitintervall erhalten wurden. Außer diesen langsameren Änderungen gibt es aber noch kurzperiodische, die mit der Turbulenz der Atmosphäre zusammenhängen. Beim Wind sind diese eine allbekannte Erscheinung, für die Temperatur sind sie neuerdings besonders von Barkow[1]) studiert worden. Sie treten einem

[1]) Über die thermische Struktur des Windes. Met. Ztschr. 1915, XXXII., S. 97 ff.

auch entgegen, wenn man versucht, aus den Ablesungen bei einer bemannten Ballonfahrt die Zustandskurve der Temperatur zu zeichnen. Überall, wo der Ballon um eine Gleichgewichtslage schwankte, erhält man für den Zusammenhang zwischen Höhe und Temperatur einen Funktionsstreifen von mehreren Grad Breite. Deutlicher werden noch die Verhältnisse und zugleich der unregelmäßig pulsatorische Charakter der ganzen Erscheinung durch eine Isoplethendarstellung mit Zeit und Höhe als Argumenten. Eine solche ist in Fig. 3 auf Grund einer von Wien aus gemachten Fahrt entworfen. Diese kurzperiodischen

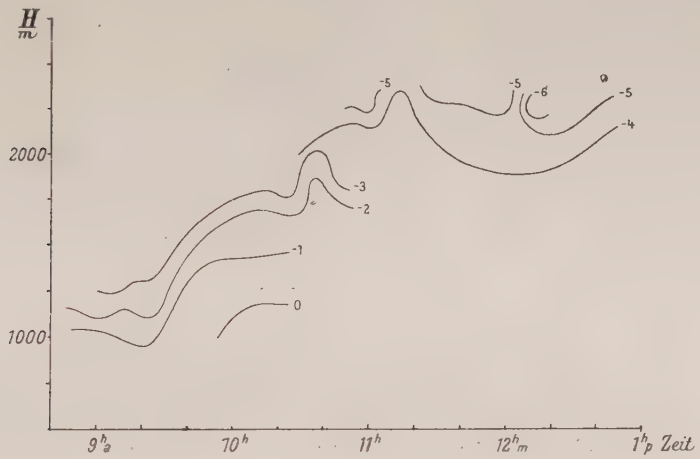

Fig. 3.

Schwankungen würden sich in Fig. 2 als kürzere Wellen oder Zacken auf den Isoplethenkurven auflagern und das Bild noch mehr verwickeln.

Wir werden später noch einmal auf diese Erscheinung zurückkommen, nachdem wir ihren Zusammenhang mit der Vertikalbewegung näher studiert haben.

Der Ausdruck für die lokale Temperaturänderung.

In unseren bisherigen Betrachtungen haben wir die meteorologischen Elemente rein formal als Funktionen der Zeit und der Raumkoordinaten betrachtet, ohne auf die physikalischen Ursachen einzugehen, welche eine Veränderung dieser Elemente bewirken können. Im nachfolgenden werden wir für das wichtigste meteorologische Element, die Temperatur, diesen Ursachen nachforschen. Dazu gehen wir aus vom ersten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.

Dieser Satz lautet für ideale Gase:

$$c_p \, d\vartheta - A \, \alpha \, dp = dQ \quad ,$$

wenn ϑ die absolute Temperatur, α das spezifische Volumen, dQ die zugeführte Wärme und A das Wärmeäquivalent bedeuten. Wir dividieren links und rechts durch dt und zergliedern die auftretenden totalen Zeitdifferentiale

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial\vartheta}{\partial t} + v_x\frac{\partial\vartheta}{\partial x} + v_y\frac{\partial\vartheta}{\partial y} + v_z\frac{\partial\vartheta}{\partial z}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + v_x\frac{\partial p}{\partial x} + v_y\frac{\partial p}{\partial y} + v_z\frac{\partial p}{\partial z}.$$

Wir lösen dann nach $\frac{\partial\vartheta}{\partial t}$ auf, indem wir berücksichtigen, daß $-\frac{\partial\vartheta}{\partial z} = \gamma$ der gerade herrschende und $-A\alpha\frac{\partial p}{\partial z} = \gamma_0$ der trockenadiabatische Temperaturgradient ist. Bezeichnen wir schließlich die der Masseneinheit in der Zeiteinheit zugeführte Wärme $\frac{dQ}{dt}$ mit ε, so ergibt sich

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial t} = -v_z(\gamma_0 - \gamma) + \frac{\varepsilon}{c_p} + \frac{A\alpha}{c_p}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + v_x\frac{\partial p}{\partial x} + v_y\frac{\partial p}{\partial y}\right) - \left(v_x\frac{\partial\vartheta}{\partial x} + v_y\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right).$$

In dem größten Teil der Atmosphäre können wir $v_x\frac{\partial p}{\partial x}$ und $v_y\frac{\partial p}{\partial y}$ gegenüber $\frac{\partial p}{\partial t}$ vernachlässigen[1]). Somit ist vereinfacht

$$(6) \qquad \frac{\partial\vartheta}{\partial t} = -v_z(\gamma_0 - \gamma) + \frac{A\alpha}{c_p}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c_p} - \left(v_x\frac{\partial\vartheta}{\partial x} + v_y\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right).$$

Die Glieder auf der rechten Seite drücken der Reihe nach alle Prozesse aus, welche bei dem Zustandekommen einer lokalen Temperaturänderung mitwirken können; das erste Glied gibt den Einfluß der adiabatischen Expansion und Kompression vertikal bewegter Luftmassen; das zweite den Einfluß der an Ort und Stelle infolge lokaler Druckänderungen stattfindenden adiabatischen Prozesse; das dritte den Einfluß von Wärmezu- und -abfuhr, also durch Strahlung, Leitung, Kondensation und Verdampfung. Das letzte, in runde Klammern eingeschlossene Glied endlich den Einfluß der horizontalen Konvektion. Es scheint somit diese Formel einer weitgehenden Anwendung bei meteorologischen und klimatologischen Studien fähig zu sein. Wir entnehmen aus ihr zunächst folgendes:

Wenn wir für die Vertikalgeschwindigkeiten Werte von einigen Metern in der Sekunde annehmen, wie solche durch die Doppelvisierungen von Pilotballons und die Beobachtungen von Ludewig[2]) im Freiballon nachgewiesen sind, so wird die Größenordnung von $\frac{\partial\vartheta}{\partial t}$ 10^{-3}—10^{-2}, während die Tabellen von Hesselberg und Friedmann dafür 10^{-4}

[1]) Th. Hesselberg und A. Friedmann, l. c.

[2]) Annal. d. Hydr. u. marit. Met. 1915, III.

bis 10^{-3} geben. Wir haben es dann eben mit den schon erwähnten kurzperiodischen Schwankungen der Temperatur zu tun, die man in ihrer Gesamtheit wohl als „Temperaturunruhe" bezeichnet, und die mit der Turbulenz zusammenhängen.

Anwendung auf einen einfachen Idealfall.

Wir betrachten eine Luftschicht, innerhalb welcher die Temperatur sich mit der Zeit und den Koordinaten linear ändert, so daß also die ersten Ableitungen der Temperatur konstant sind. Dann können die in der Formel (5) durch die Δ ausgedrückten Mittelwerte durch die partiellen Ableitungen ersetzt werden, und wir erhalten

$$\Delta \vartheta = (t_1 - t_0)\left[\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + W_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + W_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right].$$

Die Geschwindigkeit $\boldsymbol{W}$ des Fahrzeuges setzt sich in jedem Punkte der Bahnkurve additiv aus der Bewegung relativ zur umgebenden Luft $\boldsymbol{V}$ und der Windgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ zusammen, also

$$W_x = v_x + V_x \quad ,$$
$$W_y = v_y + V_y \quad .$$

Nun ersetzen wir das erste Glied der eckigen Klammer durch den Ausdruck (6) und erhalten unter der weiteren Annahme, daß auch die Windkomponenten innerhalb der betrachteten Schicht konstant sind, schließlich

$$(7) \quad \Delta \vartheta = (t_1 - t_0)\left[-v_z(\gamma_0 - \gamma) + \frac{A\alpha}{c_p}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c_p} + V_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + V_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right].$$

Für eine Schicht mit den vorausgesetzten Eigenschaften, welche dem Erdboden auflagert, erlaubt also diese Formel zu berechnen, um wieviel die im Zeitpunkt t_1 vorgefundene Temperatur sich unterscheidet von derjenigen, die zur Aufstiegszeit t_0 in derselben Höhe vertikal über dem Aufstiegsorte herrschte. Für eine Schicht in der freien Atmosphäre würde die Formel, wenn $(t_1 - t_0)$ die zur Durchlaufung der Schicht nötige Zeit bedeutet, die Differenz liefern zwischen der beim Austritt aus der Schicht zur Zeit t_1 vorgefundenen Temperatur und derjenigen Temperatur, welche an der Austrittsgrenze zur Zeit t_0 in der Vertikalen des Eintrittspunktes herrschte. Die Formel würde also, falls die Klammerglieder bekannt wären, gestatten, die Temperaturbeobachtungen innerhalb einer solchen einheitlichen Schicht auf die Zeit des Eintrittes und die Vertikale des Eintrittspunktes zurückzuführen. Ist a die Mächtigkeit einer solchen Schicht, so ist

$$t_1 - t_0 = \frac{a}{v_z + V_z}$$

Für solche Schichten scheint es zweckmäßig, den von Schmauss[1]) geprägten Begriff des „scheinbaren" Gradienten einzuführen. Dies geschieht durch die Gleichung

$$\gamma' = \gamma - \frac{\Delta \vartheta}{a},$$

wo γ den wahren, γ' den „scheinbaren" Gradienten bedeutet. Setzen wir dies zusammen mit dem Ausdruck für $(t_1 - t_0)$ in die Gleichung (7) ein und lösen nach γ' auf, so ergibt sich schließlich:

$$(8) \quad \gamma' = \gamma + \frac{1}{v_z + V_z}\left[v_z(\gamma_0 - \gamma) - \frac{A\alpha}{c_p}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c_p} - \left(V_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + V_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)\right].$$

Wenn die Schichten, die zwischen den in aerologischem Beobachtungsmaterial angegebenen Höhenstufen liegen, die dieser Ableitung zugrunde liegenden Voraussetzungen erfüllen würden, so könnte also der Gradient einer jeden Schicht wenigstens im Prinzip auf den Zeitpunkt des Eintrittes in die Schicht und auf die Vertikale des Eintrittspunktes bezogen werden. Da die über die Schichten gemachten Annahmen auch die räumliche Konstanz des Gradienten einschließen, so kann man sich die reduzierten Gradienten zur Vertikalen im Aufstiegsorte hingeführt denken. Es ist aber nicht zu vergessen, daß diese Gradienten sich dann immer noch auf verschiedene Zeitpunkte beziehen, nämlich auf die Zeitpunkte t_0, t_1 ..., zu welchen das Instrument die einzelnen Schichtgrenzen passiert. Selbst unter den gemachten einfachen Voraussetzungen wäre also nur die richtige räumliche, nicht aber die richtige zeitliche Zuordnung erreichbar.

Da der Faktor

$$\frac{1}{v_z + V_z}$$

nicht verschwinden kann, kann es das ganze zweite Glied auf der rechten Seite nur tun, wenn die Klammer Null wird.

Falls die Klammer von Null verschieden ist, kann der Fehler beliebig groß werden, wenn $v_z + V_z$ gegen Null konvergiert. Umgekehrt macht sich der Fehler um so weniger bemerkbar, je größer die vertikale Eigenbewegung ist. Nachdem man eine Festsetzung getroffen hat über die Genauigkeit, mit welcher der Gradient gemessen werden soll, läßt sich leicht angeben, von welcher Größenordnung die Steigegeschwindigkeit sein muß, damit der Fehler vernachlässigt werden kann. Wir verlangen also, daß der auf einen Meter der Vertikalen bezogene Gradient auf vier Dezimalen angegeben werden, daß aber ein

[1]) A. Schmauss, Über den wahren und „scheinbaren", aus Registrierballonfahrten abzuleitenden Temperaturgradienten. Anh. Met. Jahrbuch Bayern 1907.

Fehler von einigen Einheiten der letzten Dezimale noch erlaubt sein soll. Dann muß also $v_z + V_z$ so gewählt werden, daß die Größenordnung des Fehlers höchstens 10^{-4} ist.

Betrachten wir jetzt in (8) die Größenordnung der Glieder in der Klammer, so ergibt sich für

$$v_z(\gamma_0 - \gamma) : (10^{-1} - 10^{0})\,(10^{-3} - 10^{-2}) ,$$

also möglicherweise 10^{-2}.

Die übrigen Glieder haben bzw. die Größenordnungen $10^{-5} - 10^{-4}$, $10^{-4} - 10^{-3}$, $10^{-4} - 10^{3}$. Die Größenordnung der Klammer wird also durch das erste Glied bestimmt und kann 10^{-2} erreichen.

Wenn nun die Größenordnung des Fehlers unter allen Umständen auf 10^{-4} herabgedrückt werden soll, so muß $v_z + V_z$ bzw. W_z die Größenordnung 10^{2} haben, d. h. das Fahrzeug müßte mit einer Geschwindigkeit von 100 m in der Sekunde aufsteigen. Natürlich ist dies nicht zu erreichen, und wenn es wäre, so würde die Trägheit der Instrumente den Vorteil illusorisch machen.

Da es demnach unmöglich ist, den hier behandelten Fehlereinfluß mit Sicherheit zu vermeiden, werden wir untersuchen, in welcher Weise er bei den verschiedenen Aufstiegmethoden auftritt. Die große Bedeutung, die damit dem Gradienten beigelegt wird, hat ihre Berechtigung in der Rolle, die er bei theoretischen Überlegungen spielt, und in der Anwendung, die er bei der Mittelbildung über längere Beobachtungsreihen findet.

Der Drachen und der Fesselballon.

Da, solange kein Abreißen eintritt, das eine Ende des Drahtes mit der Station fest verbunden ist, können wir in diesen Fällen

$$W_x = W_y = 0 ,$$

und daher

$$V_x = - v_x$$
$$V_y = - v_y$$

setzen.

Wir erhalten dann so aus (8)

$$\gamma' = \gamma + \frac{1}{v_z + V_z}\left[v_z(\gamma_0 - \gamma) - \frac{A\alpha}{c_p}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c_p} + v_x\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v_y\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right]$$

und dieses ist nach (6)

$$\gamma' = \gamma - \frac{1}{v_z + V_z}\frac{\partial \vartheta}{\partial t} .$$

Es kommt also unter diesen Verhältnissen nur die zeitliche Änderung der Temperatur in Frage, wie es auch einleuchtend ist.

Bei Drachenaufstiegen kann $W_z = v_z + V_z$ einerseits 1 m pro Sekunde und etwas darüber erreichen, andererseits aber auch sich dem Werte Null beliebig nähern. Das Fehlerglied kann daher sehr groß werden, und man sieht, daß der methodische Fehler bei den Drachenaufstiegen einen sehr komplizierten Charakter hat.

Auch im Mittel über längere Beobachtungsreihen wird der Fehlereinfluß im allgemeinen nicht verschwinden können, weil die Glieder innerhalb der Klammer teilweise nicht unabhängig sind von $\frac{1}{v_z + V_z}$. Dem ersten Klammerglied sieht man dies unmittelbar an; aber es muß z. B. auch für die Glieder mit v_x und v_y gelten, da ja der Drachen durch den Horizontalwind zum Steigen gebracht wird.

Aus einer Statistik, die bei der Besprechung des Registrierballons gegeben werden wird und die für diesen praktisch ein Verschwinden des Fehlers im Mittel ergibt, wird man vielleicht geneigt sein, ein Gleiches auch für den Drachen zu schließen. Aber dieser Schluß würde doch nur ein Analogieschluß sein. Er bliebe anfechtbar, weil, wie wir sehen werden, die Verhältnisse beim Registrierballon einfacher liegen und die Fehler, wegen der gleichmäßigeren Steigegeschwindigkeit, zwischen engeren Grenzen eingeschlossen bleiben.

Diese Verhältnisse werden jedenfalls berücksichtigt werden müssen, wenn man in Zukunft die Mittelwerte aus Drachen- und Registrierballonreihen nach ihrer Zuverlässigkeit gegeneinander abwägt. Man wird dann vielleicht nicht so bedingungslos, wie A. Wegener[1]) es tut, den Mittelwerten aus Drachenaufstiegen den Vorzug geben.

Bei dem Fesselballon liegen die Verhältnisse insofern günstiger als beim Drachen, als die Steigegeschwindigkeit sich im allgemeinen gleichmäßiger halten und, von der Nachbarschaft der Maximalhöhe abgesehen, dem Werte Null nicht so nahe kommen wird. Somit sind die Verhältnisse denen ähnlicher, die beim Registrierballon auftreten (siehe später).

Das Luftfahrzeug mit Motorantrieb (Luftschiff oder Flugmaschine).

Wenn der Lenker darauf bedacht ist, die Steigegeschwindigkeit stets auf einem angemessenen Werte von ein bis einigen Metern pro Sekunde zu erhalten und durch Schleifenfahren zu verhindern, daß die mit V_x und V_y behafteten Glieder größeren Einfluß gewinnen, läßt

[1]) Thermodynamik der Atmosphäre, S. 126.

sich gewiß auch mit diesen Fahrzeugen ein wertvolles Material über die Temperaturverteilung in der Vertikalen herbeischaffen. Dagegen hätten Beobachtungen, die etwa auf Überlandfahrten gemacht würden, nur die Bedeutung zufällig angestellter Stichproben.

Der bemannte Freiballon.

Hier wird, da der Ballon keine Horizontalgeschwindigkeit relativ zur umgebenden Luft hat, in der Formel (8) $V_x = V_y = 0$, also

$$\gamma' = \gamma + \frac{1}{v_z + V_z}\left[v_z(\gamma_0 - \gamma) - \frac{A\alpha}{c_p}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c_p}\right].$$

Das Glied $\frac{1}{v_z + V_z}$ kann zwischen etwa $^1/_2$ oder $^1/_3$ und beliebig großen Werten variieren. Wenn das letztere im Laufe eines Aufstieges wiederholt vorkommt, so ist die Verwendbarkeit der Beobachtungen für das Studium des „Zustandes" der Atmosphäre sehr in Frage gestellt. Der Führer hat es aber in der Hand, durch Ballastwerfen $v_z + V_z$ stets auf einer angemessenen Höhe zu halten. Dann liegen die Verhältnisse ebenso wie beim Registrierballon.

Der Registrierballon.

Bei einem normal verlaufenden Registrierballonaufstieg behält $v_z + V_z$ stets die Größenordnung 10^0 Meter pro Sekunde. Wir können daher nach unseren früheren Festsetzungen über die Genauigkeit der Gradientmessung das Glied $\frac{A\alpha}{c_p}\frac{\partial p}{\partial t}$ vernachlässigen. Denn dieses hat nach Hesselberg und Friedmann die Größenordnung $10^{-5} - 10^{-4}$, und den Variographenaufzeichnungen von W. Schmidt[1]) entnehmen wir, daß auch bei besonders schnellen und starken Druckschwankungen nur ausnahmsweise der Wert 10^{-4} überschritten wird. Wir werden ferner das Glied $\frac{\varepsilon}{c_p}$ vernachlässigen, indem wir in erster Linie die Zustandsänderungen bei schnellen Vertikalbewegungen ins Auge fassen und annehmen, daß diese angenähert trockenadiabatisch verlaufen.

Die weiterhin zu betrachtende Formel ist also

$$\gamma' = \gamma + \frac{v_z}{v_z + V_z}(\gamma_0 - \gamma), \tag{9}$$

wo nach dem Gesagten

$$v_z + V_z \geq 1 \text{ m/sec}$$

sein soll.

Eine inhaltlich mit dieser übereinstimmende Formel ist schon

[1]) W. Schmidt, Zur Beobachtung und Analyse rascher Luftdruckschwankungen. Wiener Berichte. Math.-naturw. Klasse, Bd. CXIX, 1910.

von Schmauss[1]) abgeleitet worden. In der endgültigen Formel von Schmauss ist allerdings eine unzulässige Vereinfachung enthalten, wodurch der ursprüngliche Gradient aus dem Ausdrucke ganz verschwindet.

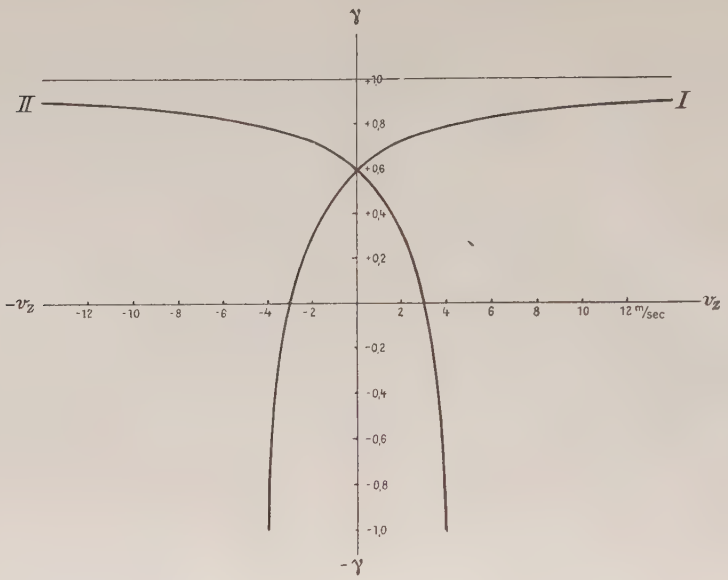

Fig. 4.

In der Fig. 4 ist der Zusammenhang zwischen γ' und v_z durch die Kurve I dargestellt, wobei für V_z und γ bzw. die Werte 5 m/sec und $0{,}006^0$ pro Meter angenommen sind. Die Kurve ist der Zweig einer gleichseitigen Hyperbel, wie auch die Formel leicht erkennen läßt. Ist $v_z = 0$, also keine Vertikalbewegung vorhanden, so ist $\gamma' = \gamma$, der aufgezeichnete und der wahre Gradient stimmen miteinander überein. Ist $v_z > 0$, also aufsteigender Luftstrom um den Ballon vorhanden, so wird ein zu großer Gradient aufgezeichnet. Denkt man sich v_z stetig wachsend, so nähert sich der Wert des aufgezeichneten Gradienten dem adiabatischen, denn

$$\lim_{v_z = \infty} \gamma' = \gamma_0 .$$

Denkt man sich umgekehrt v_z von Null ausgehend abnehmend, also Abwärtsbewegung der Luft einsetzend, so wird der aufgezeichnete Gradient kleiner und kleiner. Er wird Null, wenn

$$v_z = - V_z \frac{\gamma}{\gamma_0}$$

[1]) A. Schmauss, l. c.

und bei weiterer Verstärkung des absteigenden Stromes wird eine Inversion vorgetäuscht. Diese erreicht in dem dem Endpunkt unserer Kurve entsprechenden Fall $v_z + V_z = 1$ m/sec den Betrag von $1{,}0^0$ pro 100 m. Weiter dürfen wir nach den früheren Festsetzungen nicht gehen, da sonst die gemachten Vernachlässigungen unstatthaft werden.

In ähnlicher Weise läßt sich der Fall des fallenden Ballons betrachten. Darauf bezieht sich die Kurve II in der Fig. 4.

Beispiel.

Als Beispiel dafür, welche Beträge die hier betrachteten Einflüsse erreichen können, betrachten wir den Registrierballon von München vom 3. Januar 1913.[1])

Da wir, wenn wir von wirklichen Beobachtungen ausgehen, $(\gamma_0 - \gamma)$ nicht kennen, wohl aber $(\gamma_0 - \gamma')$, lösen wir die Beziehung (9) nach γ auf, also

$$\gamma = \gamma' - \frac{v_z}{V_z}(\gamma_0 - \gamma'). \tag{10}$$

Die Größen v_z und V_z kennen wir zunächst nicht einzeln, sondern nur ihre Summe, das ist nämlich die tatsächliche Steigegeschwindigkeit des Ballons in einem bestimmten Höhenintervall. Man erhält aber für V_z zunächst einen angenäherten Mittelwert, indem man das Mittel von $(v_z + V_z)$ über ein größeres Höhenintervall bildet und annimmt, daß der Mittelwert von v_z über dieses Höhenintervall nur wenig von Null verschieden ist. Als Höhenintervall für diese Mittelbildung habe ich die Höhe vom Erdboden bis 9 km gewählt, weil diese ungefähr der mittleren Höhe der Troposphäre entspricht. Diese Einschränkung wurde deswegen getroffen, weil in der Stratosphäre für das Steigen der Ballone jedenfalls andere Bedingungen vorliegen. Aus dem so gebildeten Mittelwert $\overline{V}_z$ für die unteren 9 km erhält man V_z für eine jede Höhenschicht aus dem Gesetze, daß die Steigegeschwindigkeit umgekehrt proportional der 6. Wurzel aus der Luftdichte wächst. Dieses Gesetz ist zuerst von Hergesell[2]) aufgestellt und von Schmauss[3]) innerhalb der Troposphäre als im Mittel richtig befunden worden. Unter den angegebenen Voraussetzungen zeigte es sich als genügend, die lineare Reduktionsformel

---

[1]) A. Schmauss, Die von der K. B. meteorolog. Zentralstation im Jahre 1913 veranstalteten Registrierballonfahrten. „Beob. d. met. Stat. im Königreich Bayern". München 1914.

[2]) H. Hergesell, Ill. Aeronaut. Mitt. 1903, S. 163.

[3]) A. Schmauss, Met. Ztschr. 1912, S. 78.

$$V_z = 0{,}91\ \overline{V}_z\ (1 + 0{,}000019\ H)$$

anzuwenden, in welcher V_z und $\overline{V}_z$ die bekannte Bedeutung haben, und H die in Meter zu messende Höhe ist, für welche V_z gesucht wird. Nachdem diese letzte Größe gefunden ist, folgt v_z aus der Beziehung

$$v_z = (v_z + V_z) - V_z\ .$$

Indem wir so vorgehen, nehmen wir an, daß Änderungen in der Steigegeschwindigkeit des Ballons außer von der Luftdichte nur von Vertikalströmungen herrühren. Dies trifft jedenfalls nur angenähert zu, indessen haben wir keinen anderen Weg.

Registrierballon München. 3. Januar 1913. 8^h 34 a.

Höhe m	V_z m/sec.	v_z m/sec.	γ'	γ	$(\gamma' - \gamma)\,\Delta h$
516					
	4,7	−0,4	−2,35	−2,07	
820					−0,8
	4,7	−1,3	−0,52	−0,10	
1130					−2,4
	4,8	−0,5	+0,55	+0,59	
2130					−0,4
	4,9	−0,2	+0,58	+0,60	
3300					−0,2
	5,0	−0,5	+0,85	+0,86	
4640					−0,1
	5,1	−0,6	+0,14	+0,24	
4850					−0,2
	5,2	−0,6	+0,68	+0,71	
6670					−0,6
	5,4	+1,2	+0,78	+0,74	
10780					+1,7

In der beschriebenen Weise sind die in der Tabelle für V_z und v_z angegebenen Werte erhalten, $\gamma_0 - \gamma'$ ergibt sich aus den Beobachtungen, γ ist nach Formel (10) berechnet. Beide Gradientdifferenzen beziehen sich auf das Höhenintervall von 100 m. Die folgende Spalte enthält das Produkt $(\gamma' - \gamma)\,\Delta H$, wo ΔH das in Hektometern ausgedrückte Intervall zwischen je zwei Höhen der ersten Spalte ist. Die letzte Spalte besagt also, um wieviel sich die Temperatur an der oberen Grenze einer Höhenschicht geändert hat während der Zeit, in der der Ballon die betreffende Schicht durchmaß, vorausgesetzt, daß die Schicht die früher (S. 15) genannten einheitlichen Eigenschaften hat. Diese Änderungen erreichen in dem gewählten Falle einerseits −2,4, andererseits $+1{,}7^0$.

Damit ist also für einen besonderen Fall die Reduktion der Gradienten auf die Zeitpunkte des Eintrittes in die einzelnen Schichten und auf die Vertikalen dieser Eintrittspunkte wirklich ausgeführt und

damit, wegen der vorausgesetzten Eigenschaften der Schichten, auch die Reduktion auf die Vertikale im Aufstiegsort. In Wirklichkeit werden natürlich die Schichten nur angenähert die vorausgesetzten einheitlichen Eigenschaften haben. Deswegen, und wegen der Unmöglichkeit, auf die Zeit t_0 zu reduzieren, kann man nicht erwarten, aus einem Aufstiege auch bei Anwendung der vollkommensten Instrumente streng richtige und zusammengehörige Werte abzuleiten. Wenn wir aber dieselbe Betrachtung auf eine größere Anzahl von Fällen ausdehnen, wird nur noch der klimatologische Unterschied zwischen den einzelnen Vertikalen übrigbleiben, und dieser kann jedenfalls als unerheblich gelten. Auch die mangelnde Gleichzeitigkeit wird dann ihren Einfluß verlieren, da nicht anzunehmen ist, daß die Temperatur im Verlauf der Aufstiege vorzugsweise steigt oder abnimmt.

Einfluß auf die Mittelwerte aus längeren Beobachtungsreihen.

Wenn ein Registrierballon zwei Schichten mit den früher vorausgesetzten Eigenschaften von gleicher Mächtigkeit und mit gleicher, aber entgegengesetzter Vertikalströmung $|v_z|$ durchläuft, so sind die in beiden Fällen aufgezeichneten Gradienten, wenn γ und V_z beide Male dieselben sind

$$\gamma_1' = \gamma + \frac{|v_z|}{|v_z| + V_z}(\gamma_0 - \gamma)$$

und

$$\gamma_2' = \gamma - \frac{|v_z|}{-|v_z| + V_z}(\gamma_0 - \gamma).$$

Es ist also

$$\frac{\gamma_1' + \gamma_2'}{2} = \gamma - \frac{|v_z| V_z}{V_z^2 - v_z^2}(\gamma_0 - \gamma).$$

Da das zweite Glied rechts im Falle des steigenden Ballons und bei normaler Temperaturschichtung wesentlich positiv ist, so heißt das: Es bleibt ein Einfluß des absteigenden Luftstromes zurück; der mittlere Gradient bleibt zu klein. Diese Tatsache findet ihre physikalische Erklärung darin, daß absteigende und sich erwärmende Luftströme den steigenden Ballon zurückhalten, aufsteigende und sich abkühlende aber ihn gewissermaßen hinaufschieben. Der Ballon hat also das Bestreben, in ersteren länger zu verweilen als in letzteren.

Angesichts dessen wäre zu erwarten, daß auch Mittelwerte aus längeren Beobachtungsreihen eine Beeinflussung im Sinne der Erhöhung der Temperaturen aufweisen würden. Um diese für die Beurteilung unserer Beobachtungsergebnisse fundamentale Frage zu beantworten, ging ich aus von der Verteilungskurve der Vertikalgeschwin-

digkeiten bis 5000 m, welche sich für Lindenberg aus den Doppelvisierungen von Piloten in den Jahren 1910—1913 ergibt (Fig. 5). Für $(\gamma_0 - \gamma)$ nahm ich einen Wert von $0{,}45^0$ pro 100 m und für V_z 5 m/sec an. Die mit Hilfe dieser Annahmen und der Verteilungskurve durchgeführte Rechnung ergab als Mittel für $\gamma' - \gamma$ über das Höhenintervall von 5000 m

$$\gamma' - \gamma = -\,0{,}012^0 \text{ pro } 100\text{ m},$$

also in der Tat einen Einfluß in der erwarteten Richtung. Er ist aber nur klein und würde für die Höhe von 5000 m eine im Mittel nur um $0{,}5^0$ zu hohe Temperatur ergeben.

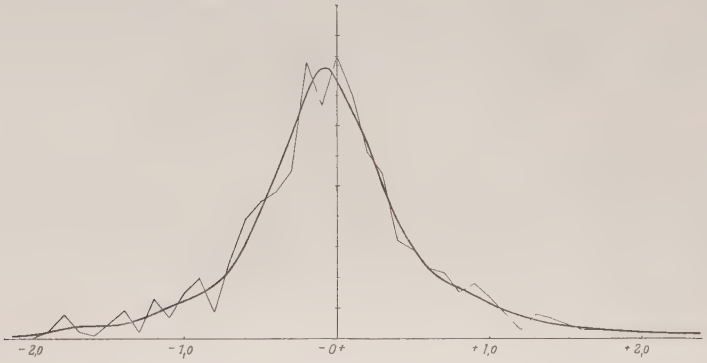

Fig. 5.

Man kann gegen diese Berechnungsweise deswegen Einspruch erheben, weil γ als konstant vorausgesetzt ist, während wohl in Wahrheit ein Zusammenhang zwischen γ und v_z besteht. Durch diese Annahme sind auch die Inversionen ausgeschlossen, bei denen $(\gamma_0 - \gamma)$ besonders groß ist.

Für eine zweite Berechnung wählte ich deshalb eine Reihe von Registrierballonaufstiegen, und zwar diejenigen von München aus den Jahren 1912 und 1913, bei denen $v_z + V_z$ bereits berechnet ist. Da wir das Glied $\frac{\varepsilon}{c_p}$, in welches auch die Verdunstungs- und Kondensationswärme eingehen, früher vernachlässigt haben, wurden alle Schichten ausgeschlossen, bei denen es nach den Hygrometeraufzeichnungen und den Bemerkungen wahrscheinlich war, daß sich der Ballon in Wolken befunden hatte. Nun wurden v_z und V_z in der schon bekannten Weise bestimmt, ebenso $\gamma' - \gamma$ aus der Formel (10). Die für die Höhenstufen 0—2000 m, 2000—5000 m und 5000 bis zur Grenzfläche der Troposphäre aufgestellte Statistik ergab für $\gamma' - \gamma$ im Mittel für

0—2000	2000—5000	5000 m-Stratosphäre
+ 0,028	+ 0,003	— 0,001 Grad pro 100 m,

woraus sich als Mittel für die untersten 5000 m $+0{,}011$, also ein ebenso großer Wert wie vorhin, aber von entgegengesetztem Vorzeichen ergibt. Für die gesamte Troposphäre ist im Mittel

$$\gamma' - \gamma = 0{,}007^0 \text{ pro } 100 \text{ m}.$$

Der Fehler der Temperaturmittel würde demnach für die Höhe von 5000 m nur $-0{,}5$ bis $-0{,}6^0$, für 10000 m nur $-0{,}7^0$ betragen.

Nach diesen Ergebnissen wird man also das hier aufgeworfene Bedenken gegen die Zuverlässigkeit der Mittelwerte aus längeren Reihen von Registrierballonaufstiegen als gegenstandslos bezeichnen dürfen und nur diejenigen Einflüsse im Auge behalten müssen, die in einer etwaigen Trägheit der empfindlichen Organe ihre Ursache haben.

Die Kompensation der Schwankungen bei ein und demselben Aufstiege.

Von besonderer Wichtigkeit für synoptische Arbeiten ist noch die Frage, ob und inwieweit sich die hier besprochenen Einflüsse bei ein und demselben Aufstiege kompensieren. Eine solche Kompensation könnte räumlich und zeitlich stattfinden. So könnte bei den langsameren Änderungen, deren Halbperiode 1 Stunde und mehr beträgt, ein bestimmtes meteorologisches Element in einer Schicht im Zunehmen, in einer anderen im Abnehmen sein, und beides zusammen könnte dahin wirken, daß das Mittel über eine größere Höhe, etwa die Dicke einer Hauptschicht, wieder richtig würde. Von den kurzperiodischen Schwankungen, die wir kennen gelernt haben, könnte eine größere Anzahl auf die zum Durchlaufen einer größeren Höhe erforderliche Zeit kommen, so daß wieder im Mittel nur ein geringer Einfluß übrigbliebe. Wir glauben aber nicht, daß bei einem Aufstieg eine solche Kompensation im allgemeinen zu erwarten ist. Es ist allerdings richtig, daß z. B. Temperaturänderungen in der freien Troposphäre im allgemeinen von entgegengesetzten Änderungen in den bodennahen Schichten und in der Stratosphäre begleitet sind. Aber diese Höhenstufen sind viel zu groß, um eine mehr in die Einzelheiten gehende Kompensation zu vermitteln. Auch die kurzperiodischen Schwankungen werden sich bei einem Aufstiege meist nicht kompensieren; denn sie sind zu langsam, als daß eine größere Anzahl auf die Dauer eines Aufstieges kommen könnten.

Besseres Material zur Beurteilung dieser Frage würde man beschaffen können durch Aufstiege, die in sehr kurzer zeitlicher Aufeinanderfolge stattgefunden hätten. Solche sind uns aber nicht zugänglich gewesen.

Zusammenfassung.

Außer den Instrumentalfehlern treten bei den aerologischen Aufstiegen auch methodische Fehler auf, welche ihre Ursache in der mangelnden Gleichzeitigkeit der einzelnen Ablesungen und in der Abweichung der Flugbahn von der Vertikalen haben.

Diese Fehler beeinflussen sowohl die barometrische Höhenmessung als auch das Bild, welches man sich auf Grund der Aufstiegsergebnisse von der vertikalen Verteilung eines meteorologischen Elementes macht.

Die Einflüsse auf die barometrische Höhenberechnung lassen sich in Strenge behandeln. Diese Behandlung liefert auch Regeln, wie der Fehlereinfluß zu beseitigen ist.

Der Einfluß auf die vertikale Verteilung läßt sich im allgemeinen Falle nur der Größenordnung nach abschätzen.

Einer strengen Behandlung ist, für den Fall der Temperatur, eine Schicht mit einheitlicher Bewegung und einheitlichem, vertikalem und horizontalem Temperaturgefälle zugänglich. Diese Behandlung führt auf die schon früher teilweise bekannten Formeln für die Fälschung des Gradienten durch vertikale Luftströmungen. Mit Hilfe dieser Formeln wurde der Einfluß der vertikalen Bewegungen auf die Temperaturaufzeichnungen bei den verschiedenen Aufstiegsmethoden untersucht, sowohl der Einfluß auf die Einzelfälle, als auch auf die Mittel aus längeren Beobachtungsreihen. In den Einzelfällen bleibt wahrscheinlich ein Einfluß übrig, den man aber erst mit Hilfe besonderer Beobachtungsreihen näher wird studieren können. Für die Mittel aus längeren Registrierballonreihen konnte gezeigt werden, daß kein merklicher Einfluß zurückbleibt.